

MATEMATIKAK I

2020ko urtarrilaren 23a, 10:00etan

Iraupena: 2 ordu eta 15 minutu

1. Bi funtzio hauek izanik, $g(x)=\dfrac{1}{x-1}$ eta $h(x)=Lnx$, honako atalak erantzun:

a) $f(x)=(g\circ h)(x)$ funtzio konposatua lortu.

b) $f(x)$ funtzioaren izate-eremua kalkulatu.

c) Funtzio bat puntu batean jarraitua izatearen kontzeptua definitu.

d) $f(x)$ funtzioaren jarraitutasuna aztertu: zein eten mota identifika daiteke?

e) Honako limiteak kalkulatu, eta lortutako emaitzak interpretatu:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \qquad\qquad \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

(1,2 puntu)

2. $f(x)=-x^2+5$ funtzioa izanik, honako atalak erantzun:

a) $f(x)$ funtzioa $(-1,4)$ eta $(2,1)$ puntuetan ebakitzen duen zuzenaren ekuazioa zehaztu.

b) Batez besteko balioaren teorema (Lagrange) enuntziatu, eta azaldu bere esanahi geometrikoa.

c) Teorema hau $f(x)$ funtzioko $[-1,2]$ tartean aplikagarria dela frogatu.

d) Batez besteko balioaren teorema erabiliz, c) atalean adierazitako tartean dagoen c puntu bat zehaztu, zeinaren zuzen ukitzailea a) ataleko zuzenarekiko paraleloa den.

e) $f(x)$ funtzioko c puntuko zuzen tangentearen ekuazioa adierazi.

(1,4 puntu)

3. a) Barrowen erregela enuntziatu eta frogatu.

b) Honako integrala ebatzi: $\int_{-1}^{0} x(x+1)^8\,dx$.

(1,5 puntu)

4. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$ matrizea izanik, honakoa eskatzen da:

a) A matrizea diagonalizagarria dela frogatu.

b) A matrizeari dagokion matrize diagonala eta matrize diagonalizatzaile bat (laguntzailea) zehaztu.

(1,1 puntu)

5. Honako galderetarako erantzun egokia hautatu, betiere, ondo justifikatuz:

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ -1 & 1 & a \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ matrizearen heina zehaztu a parametroaren arabera:

1) 3 baldin eta $a=0$
2) 2 baldin eta $a=1$
3) 2 baldin eta $a\neq 0$
4) 2 baldin eta $a\neq 1$
5) 2, a parametroaren edozein baliotarako
6) Aurreko bat bera ere ez da egokia

b) Ekuazio linealetako sistema hau $\begin{cases} -x+ay=0 \\ x+y=3 \end{cases}$, a parametro bat izanik, bateraezina izango da:

1) $a=-1$ denean
2) $a=1$ denean
3) $a\neq -1$ denean
4) $a\neq 1$ denean
5) Inoiz ez
6) Beti

c) Baldin eta $A^{-1}\cdot X+B\cdot X=\left(X^{-1}\cdot A\right)^{-1}+B\cdot A$, orduan:

1) $X=I$
2) $X=BA$
3) $X=AB$
4) $X=A^{-1}$
5) $X=A$
6) Aurreko bat bera ere ez da egokia

(0,9 puntu)

6. Enpresa batek 27.200€ ditu, 2020 urtean zehar, bere ehun langileentzako trebakuntza-ikastaroetan inbertitzeko. Langile guztiak urteko ikastaro bat egin beharko dute nahitaez. Beharrak aztertu ondoren, aurrekontua agortu arte hiru ikastaro antolatzea erabaki da: A, B eta C. A ikastaroaren kostua 400€koa da pertsonako, B ikastaroarena 160€ pertsonako, eta C-rena, berriz, 200€koa. A ikastarora zuzendutako aurrekontua, B ikastaroari zuzendutakoa baino bost aldiz handiagoa da. Honakoa eskatzen da:

a) Ikastaro bakoitza egingo duen langile kopurua jakitea ahalbidetuko duen ekuazio linealetako sistema planteatu.

b) Sistemaren bateragarritasuna aztertu.

c) Posible den heinean sistema ebatzi metodo matrizial bat erabiliz.

d) Hasierako planteamenduan, erabilgarri dagoen aurrekontua zenbatekoa den jakingo ez bagenu, b) eta c) ataletako erantzunak aldatuko liratekeen arrazoitu.

(1,4 puntu)